

Ciclos Formativos de Grado Medio

# Electrónica

## Capítulo 1: Sistemas Digitales

Marcos García, Pablo Huerta, Carlos Sánchez, Pablo Toharia



# Índice

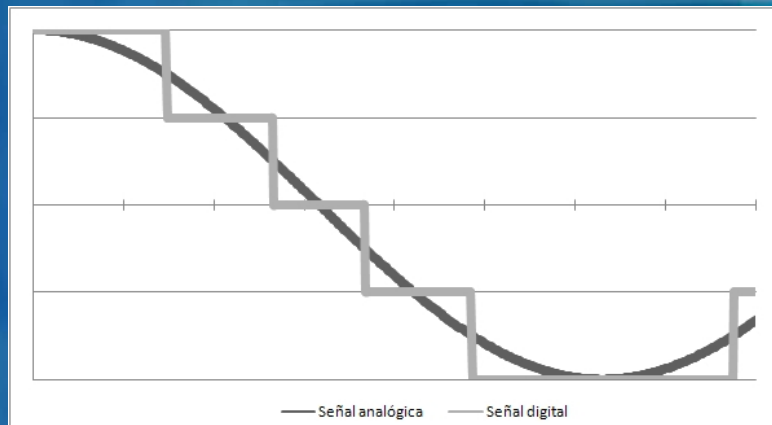
1. Introducción a los sistemas digitales
2. El álgebra de Boole
3. Puertas lógicas
4. Circuitos combinacionales

# Índice

1. Introducción a los sistemas digitales
2. El álgebra de Boole
3. Puertas lógicas
4. Circuitos combinacionales

# Introducción a los sistemas digitales

- **Magnitud:** propiedad física que puede medirse cuantitativamente.
- Dependiendo de la naturaleza de las mismas podemos dividir las
  - Analógicas: toman valor en un rango continuo.
  - Digitales: toman valor en un rango discreto.
- **Señal:** evolución en el tiempo de una magnitud.

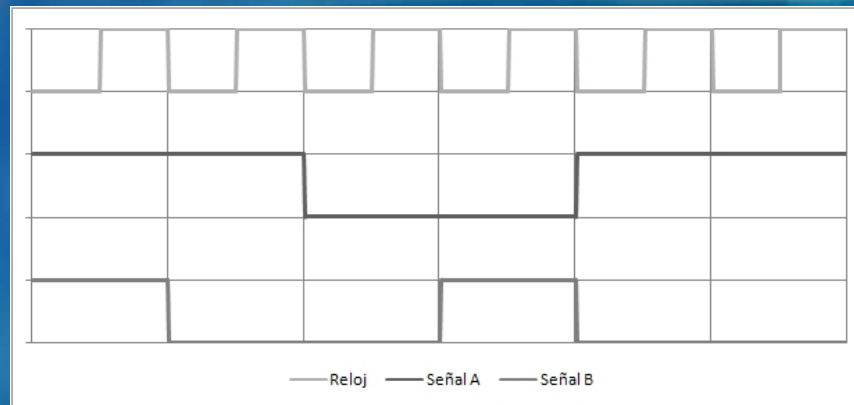


# Introducción a los sistemas digitales

- Los sistemas digitales procesan información digital.
- Ventajas:
  - Facilidad de diseño.
  - Menor sensibilidad a ruidos.
  - Tolerancia a fallos.
  - Facilidad de almacenamiento.
- Desventajas:
  - Las mayoría de las magnitudes naturales son analógicas (convertidores A/D y D/A).

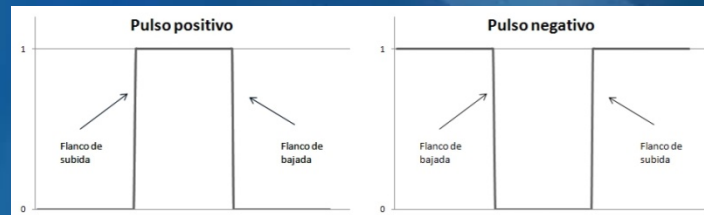
# Introducción a los sistemas digitales

- Los sistemas digitales actuales procesan información digital **BINARIA** (0 y 1).
- La información se codifica con valores de tensión ( $V_L$  y  $V_H$ ).
- Los sistemas se analizan mediante cronogramas.

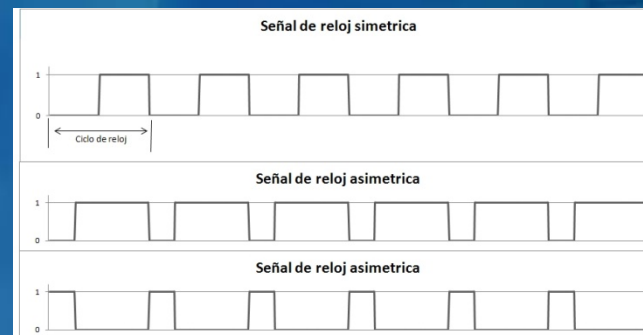


# Introducción a los sistemas digitales

- Flanco: transición entre dos niveles.
- Pulso: la señal entre dos flancos.



- Señal periódica que se utiliza para sincronizar sistemas digitales.



# Índice

1. Introducción a los sistemas digitales
2. El álgebra de Boole
3. Puertas lógicas
4. Circuitos combinacionales

# El álgebra de Boole

- **Álgebra de Boole**: formalismo matemático utilizado en el análisis y la descripción de circuitos digitales.
- Definición formal del álgebra de Boole a partir de sus elementos:
  - $\forall a \in B \mid a = 0 \text{ ó } a = 1$
  - Operación complemento ('):
    - $a' = 1 \rightarrow a = 0$
    - $a' = 0 \rightarrow a = 1$
  - Operación producto lógico (\*):
    - $a = 0 \text{ y } b = 0 \rightarrow a * b = 0$
    - $a = 0 \text{ y } b = 1 \rightarrow a * b = 0$
    - $a = 1 \text{ y } b = 0 \rightarrow a * b = 0$
    - $a = 1 \text{ y } b = 1 \rightarrow a * b = 1$
  - Operación suma lógica (+):
    - $a = 0 \text{ y } b = 0 \rightarrow a + b = 0$
    - $a = 0 \text{ y } b = 1 \rightarrow a + b = 1$
    - $a = 1 \text{ y } b = 0 \rightarrow a + b = 1$
    - $a = 1 \text{ y } b = 1 \rightarrow a + b = 1$

# El álgebra de Boole

- Expresiones lógicas:
  - $F(a, b) = a + b' \rightarrow F(0, 1) = 0 + 1' = 0 + 0 = 0$
  - $F(a, b) = (a + b') * a \rightarrow F(1, 1) = (1 + 1') * 1 = (1 + 0) * 1 = 1 * 1 = 1$
  - $F(a, b, c) = a' * b + c \rightarrow F(0, 0, 1) = 0' * 0 + 1 = 1 * 0 + 1 = 0 + 1 = 1$
  - ....

# El álgebra de Boole

- Propiedades del álgebra de Boole

- Propiedad conmutativa:

- $a + b = b + a$
    - $a * b = b * a$

- Propiedad asociativa:

- $(a + b) + c = a + (b + c)$
    - $(a * b) * c = a * (b * c)$

- Propiedad distributiva:

- $a + (b * c) = (a + b) * (a + c)$
    - $a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$

- Elemento neutro de la suma lógica:

- $a + 0 = a$
    - $a * 1 = a$

- Idempotencia:

- $(a')' = a$

# El álgebra de Boole

- Teoremas

- Teorema de identidad:

$$a + a' = 1$$

$$a * a' = 0$$

- Teorema de idempotencia:

$$a + a = a$$

$$a * a = a$$

- Teorema de la identidad del 1 y del 0:

$$a + 1 = 1$$

$$a * 0 = 0$$

- Elemento neutro:

$$a + 0 = a$$

$$a * 1 = a$$

- Teoremas de absorción:

$$a + a * b = a$$

$$a + a' * b = a + b$$

$$a * (a + b) = a$$

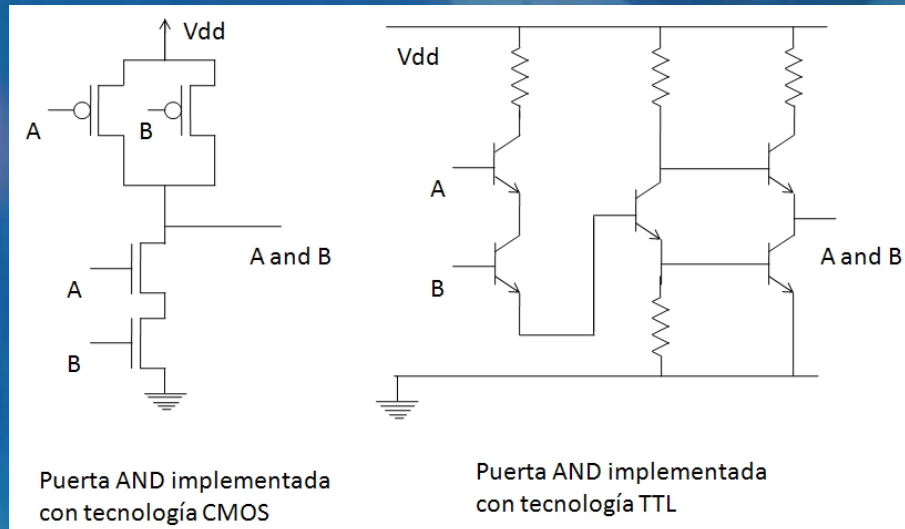
$$a * (a' + b) = a * b$$

# Índice

1. Introducción a los sistemas digitales
2. El álgebra de Boole
3. Puertas lógicas
4. Circuitos combinacionales

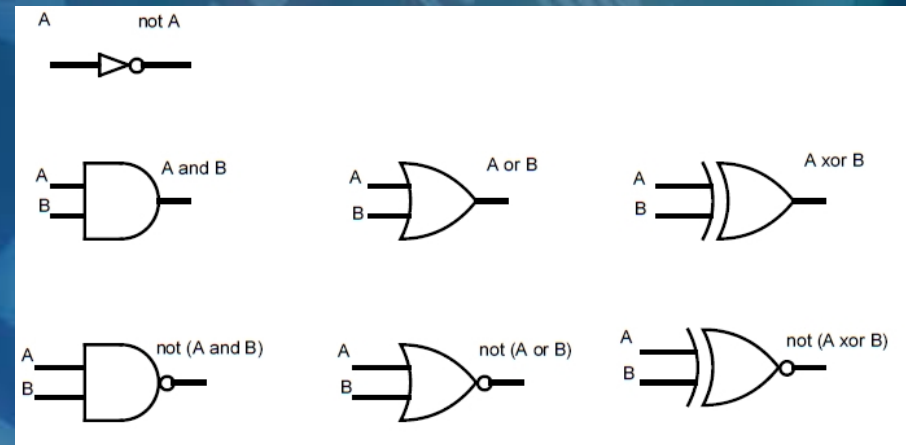
# Puertas lógicas

- Implementaciones de operadores lógicos y funciones lógicas sencillas:
  - Transistores de efecto campo.
  - Transistores bipolares.



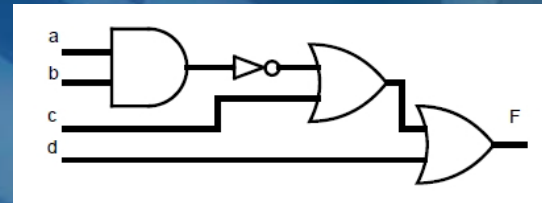
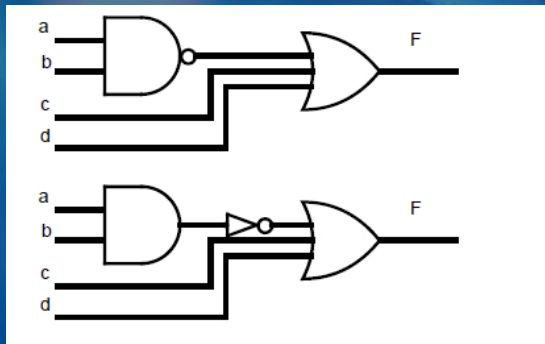
# Puertas lógicas

- Caracterizadas por:
  - La función lógica que realizan.
  - El número de entradas.
- Puertas lógicas
  - Puerta O o puerta OR:  $OR(a, \dots, n) = a + \dots + n$ .
  - Puerta Y o puerta AND:  $AND(a, \dots, n) = a * \dots * n$ .
  - Puerta O Negado o puerta NOR:  $NOR(a, \dots, n) = (a + \dots + n)'$ .
  - Puerta Y Negado o NAND:  $NAND(a, \dots, n) = (a * \dots * n)'$ .
  - Puerta O Exclusivo o XOR:  $XOR(a, b, \dots, n) = a * b' * \dots * n' + a' * b * \dots * n' + a' * b' * \dots * n$ .
  - Puerta O Exclusivo Negado o NXOR:  $NXOR(a, b, \dots, n) = (a * b' * \dots * n' + a' * b * \dots * n' + a' * b' * \dots * n)'$ .
- Tiene un símbolo asociado que nos permite definir circuitos mediante diagramas de flujo.

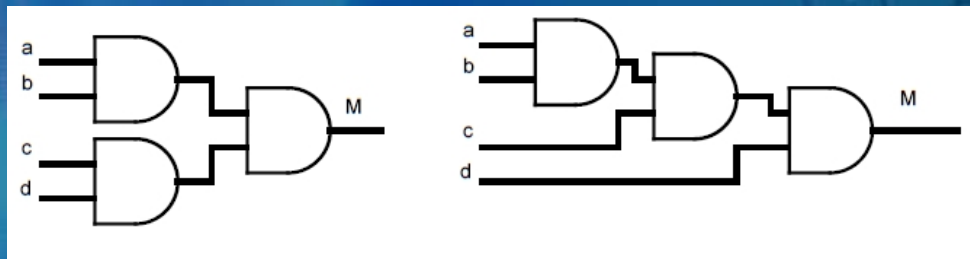


# Puertas lógicas

- $F(a, b, c, d) = (a * b)' + c + d$



- $M(a, b, c, d) = (a * b) * (c * d) = a * (b * (c * d))$



# Representación de funciones lógicas

- Mediante expresiones booleanas
  - No son únicas.
  - Nos permiten operar de forma que se ajusten a nuestras necesidades
    - Minimizar el número de puertas lógicas.
    - Utilizar sólo puertas lógicas de un tipo.
    - Eliminar rebotes o glitches.
    - ...
  - Su diseño *ad-hoc* no es sencillo si la función lógica es complicada.
- Tablas de verdad
  - Únicas.
  - Se pueden obtener fácilmente cuando se desconoce la expresión booleana a partir de una descripción en lenguaje natural.
- Expresiones booleanas en forma normal
  - Únicas.
  - Se pueden obtener fácilmente a partir de una tabla de verdad.

# Representación de funciones lógicas

- Tablas de verdad

- Indican el valor que debe tomar cada salida para todas las combinaciones de las entradas posibles.
- Pueden obtenerse a partir de una función lógica o a partir de una descripción detallada en lenguaje natural.

Entradas			Valores intermedios		Salida	Valores intermedios		Salida
a	b	c	b'	b'*c	$a + b' * c$	$(a+b')$	$(a+c)$	$(a+b') * (a+c)$
0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1

$$F(a, b, c) = a + b' * c = (a + b') * (a + c)$$

Entradas				Salida	Entradas				Salida
A1	A2	A3	A4	F	A1	A2	A3	A4	F
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1

Definir un sistema que tomará el valor 1 cuando hubiese un número par de unos en los cuatro bits de entrada

# Representación de funciones lógicas

- Expresiones booleanas en forma normal
  - Se obtienen fácilmente a partir de una tabla de verdad.
  - Tipos
    - Primera forma normal, primera forma canónica o forma normal disyuntiva.
    - Segunda forma normal, segunda forma canónica o forma normal conjuntiva.
  - Primera forma normal
    - Representa la función con una suma de minitérminos
      - Minitérmino: producto compuesto por todas las entradas de un sistema, negadas o sin negar.
    - Se construye a partir de la tabla de verdad
      - Identificando las combinaciones de los valores de las entradas que hacen 1 la salida.
      - Por cada una de esas combinaciones se añade un minitérmino.
      - El minitérmino se compone por la variable negada si la entrada toma el valor 0 y por la variable sin negar si ésta toma el valor 1.
  - Segunda forma normal
    - Representa la función con un producto de maxitérminos
      - Maxitérmino: suma compuesta por todas las entradas de un sistema, negadas o sin negar.
    - Se construye a partir de la tabla de verdad
      - Identificado las combinaciones de los valores de las entradas que hacen 0 la salida.
      - Por cada una de esas combinaciones se añade un maxitérmino.
      - El maxitérmino se compone por la variable negada si la entrada toma el valor 1 y por la variable sin negar si ésta toma el valor 0.

# Representación de funciones lógicas

a	b	c	Minitérmino	Expresión	Maxitérmino	Expresión
0	0	0	$m_0$	$a' * b' * c'$	$M_0$	$a + b + c$
0	0	1	$m_1$	$a' * b' * c$	$M_1$	$a + b + c'$
0	1	0	$m_2$	$a' * b * c'$	$M_2$	$a + b' + c$
0	1	1	$m_3$	$a' * b * c$	$M_3$	$a + b' + c'$
1	0	0	$m_4$	$a * b' * c'$	$M_4$	$a' + b + c$
1	0	1	$m_5$	$a * b' * c$	$M_5$	$a' + b + c'$
1	1	0	$m_6$	$a * b * c'$	$M_6$	$a' + b' + c$
1	1	1	$m_7$	$a * b * c$	$M_7$	$a' + b' + c'$

# Representación de funciones lógicas

- Síntesis con minitérminos

Entradas				Salida	$m_i$	Entradas				Salida	$m_i$
A1	A2	A3	A4	F	$m_i$	A1	A2	A3	A4	F	$m_i$
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	8
0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	9
0	0	1	0	0	2	1	0	1	0	1	10
0	0	1	1	1	3	1	0	1	1	0	11
0	1	0	0	0	4	1	1	0	0	1	12
0	1	0	1	1	5	1	1	0	1	0	13
0	1	1	0	1	6	1	1	1	0	0	14
0	1	1	1	0	7	1	1	1	1	1	15

Definir un sistema que tome el valor 1 cuando haya un número par de unos en los cuatro bits de entrada

$$F = m(3, 5, 6, 9, 10, 12, 15) =$$

$$m_3 + m_5 + m_6 + m_9 + m_{10} + m_{12} + m_{15} =$$

$$a'b'cd + a'bc'd + a'bcd' + ab'c'd + ab'cd' + abc'd' + abcd$$

# Representación de funciones lógicas

- Síntesis con maxitérminos

Definir un sistema que tome el valor 1 cuando haya un número par de unos en los cuatro bits de entrada

Entradas				Salida	$M_i$	Entradas				Salida	$m_i$
A1	A2	A3	A4	F	$m_i$	A1	A2	A3	A4	F	$m_i$
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	8
0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	9
0	0	1	0	0	2	1	0	1	0	1	10
0	0	1	1	1	3	1	0	1	1	0	11
0	1	0	0	0	4	1	1	0	0	1	12
0	1	0	1	1	5	1	1	0	1	0	13
0	1	1	0	1	6	1	1	1	0	0	14
0	1	1	1	0	7	1	1	1	1	1	15

$$F = M(0, 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14) =$$

$$M_0 * M_1 * M_2 * M_4 * M_7 * M_8 * M_{11} * M_{13} * M_{14} =$$

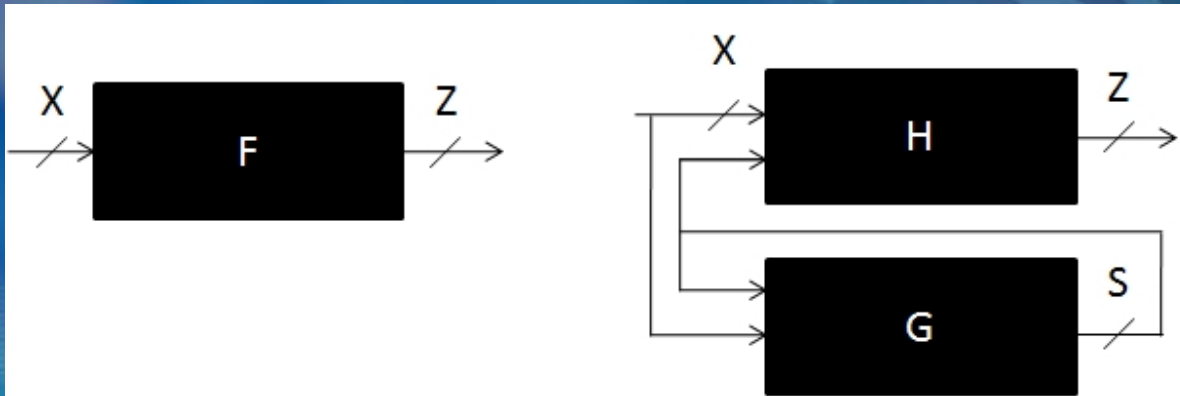
$$(a + b + c + d) * (a + b + c + d') * (a + b + c' + d) * (a + b' + c + d) * (a + b' + c' + d') * (a' + b + c + d) * (a' + b + c' + d') * (a' + b' + c + d') * (a' + b' + c' + d)$$

# Índice

1. Introducción a los sistemas digitales
2. El álgebra de Boole
3. Puertas lógicas
4. Circuitos combinacionales

# Tipos de circuitos lógicos

- Circuitos combinacionales: la salida depende del valor de las entradas.
- Circuitos secuenciales: la salida depende de las entradas y del estado, el estado dependerá del valor de las entradas en todos los instantes anteriores.



# Circuitos combinacionales

- Síntesis de circuitos combinacionales:
  - Definir la tabla de verdad de cada una de las salidas del sistema.
  - Crear una expresión booleana que defina el comportamiento de cada una de las salidas (primera y segunda forma normal).
  - Operar con la función lógica para que se ajuste a los requisitos del sistema.
  - Implementar la función lógica obtenida mediante puertas lógicas.
- Si la complejidad del sistema es elevada, el circuito no se implementa utilizando puertas lógicas
  - El problema se divide en bloques que realizan tareas más o menos simples.
  - Bloques complejos se dividen en bloques más sencillos.

# Circuitos combinacionales

- Bloques combinacionales básicos:

- Multiplexores
- Demultiplexores
- Decodificadores
- Codificadores
- Desplazadores
- Detectores y generadores de paridad
- Semisumadores y sumadores completos

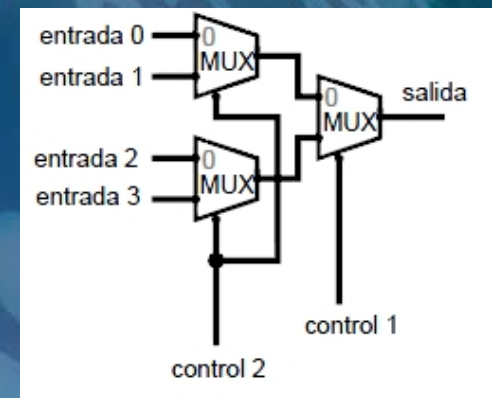
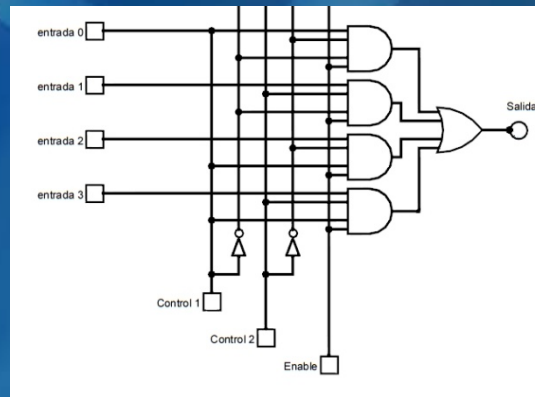
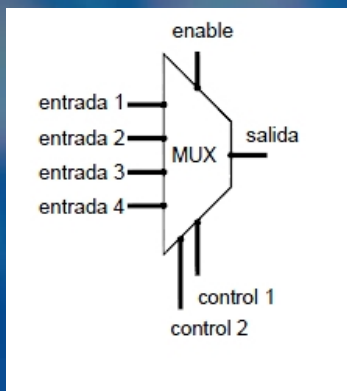
- Dispositivos lógicos programables (PLD)

- Memorias ROM
- Dispositivos PLA
- Dispositivos PAL
- CPLD
- FPGA

# Circuitos combinacionales

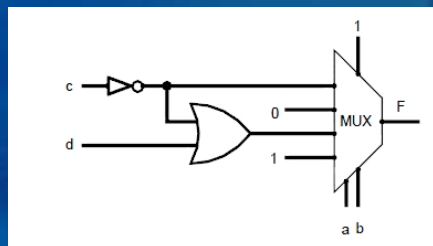
## • Multiplexores

- Selecciona una de las entradas y la pone en la salida.



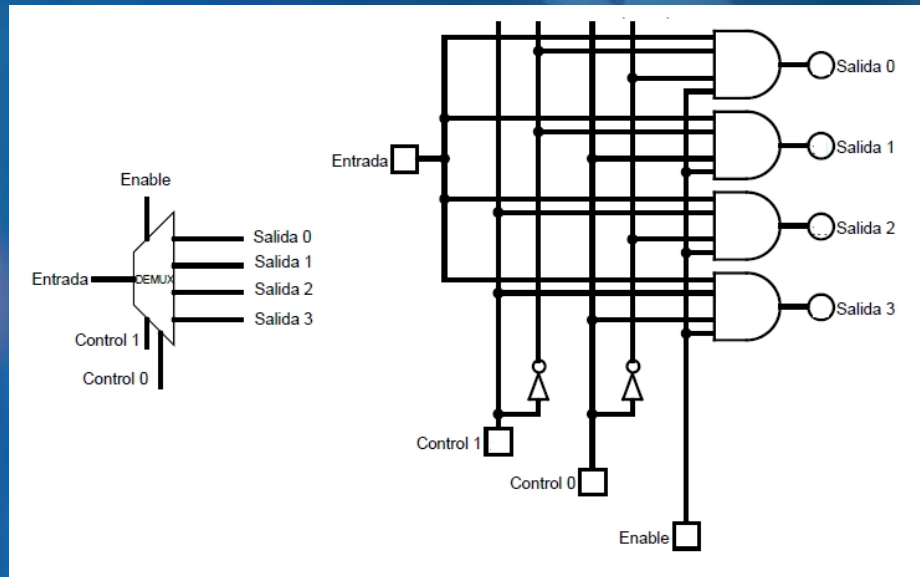
- Se pueden sintetizar funciones lógicas a partir de multiplexores.

- $F(a, b, c, d) = a * b + a * b' * (c + d') + a' * b' * d'$



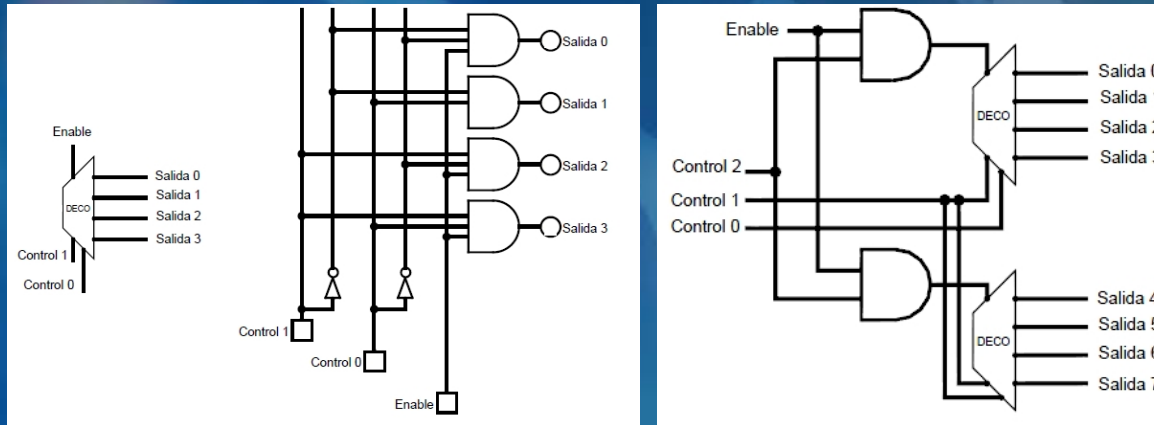
# Circuitos combinacionales

- Demultiplexores
  - Colocan la entrada en la salida escogida.

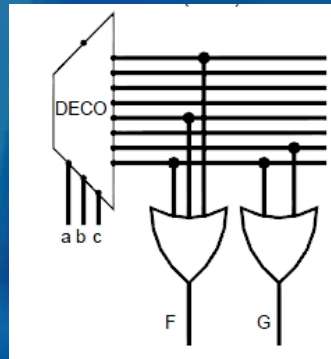


# Circuitos combinacionales

- Decodificadores
  - Activan una de las salidas.

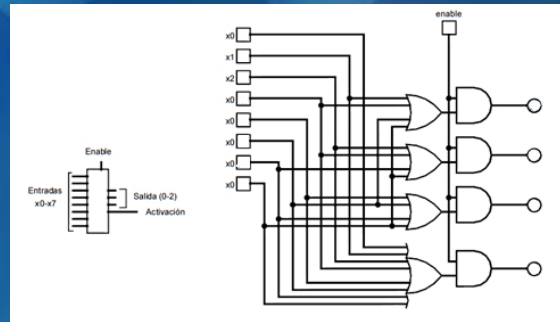


- Síntesis mediante decodificadores.
  - $F(a, b, c) = a * b * c + a * b' * c' + a' * b' * c'$  y  $G(a, b, c) = a * b * c + a * b * c'$



# Circuitos combinacionales

- Codificadores
  - Indica cual de las entradas está activa.



- Codificación con prioridad.

